LES ÉPREUVES ORALES

Les épreuves orales du Concours Mines-Télécom se sont déroulées sur 3 sites à Paris, Evry-Courcouronnes et Marne-la-Vallée et ont accueilli près de 6280 candidats admissibles. Ces épreuves concernent les candidats des filières MP, MPI, PC, PSI et PT. Pour les filières TSI, ATS et BCPST, le Concours Mines-Télécom s'appuie sur les épreuves orales organisées par les concours correspondants.
Les candidats admissibles qui passent les épreuves orales du Concours Mines-Télécom passent 4 épreuves orales, qui peuvent être différentes selon leur filière.

Epreuves orales

MP	PC	MPI	PSI	PT
Physique		Informatique	Sciences Industrielles	
Mathématiques				
Entretien				
Anglais				

1

BILAN DES COORDINATEURS DE L'ÉPREUVE

ORALE DE MATHÉMATIQUES

Philippe Barlier et Hervé Guillaumie

L'épreuve orale consiste en la résolution sans préparation de deux exercices portant sur des parties différentes du programme. Soulignons pour commencer que le programme est celui des deux années des classes préparatoires de la filière du candidat. Certains candidats ont clairement pensé que l'interrogation ne porterait que sur le programme de deuxième année, ce qui peut donner une prestation catastrophique.

Les candidats admissibles avaient été sélectionnés à partir des épreuves écrites du Concours Commun Mines-Ponts, le niveau moyen était correct. Cependant, avec la fusion des séries l'écart entre les meilleurs et les plus faibles s'est accentué cette année, en particulier dans les filières PC et PSI et il y avait plus de candidats qui n'étaient pas du tout au niveau. Il semble qu'un plus grand nombre de candidats étaient moins bien préparés cette année. On a notamment constaté chez certains candidats une baisse de niveau dans le dynamisme et la proposition d'une méthode de résolution des exercices ainsi que dans l'interaction avec l'examinateur.

Statistiques

FILIÈRE	NB CANDIDATS	MOYENNE	ECART-TYPE
MP	2180	11,95	3,431
MPI	361	11,92	3,097
PC	1414	11,82	3,237
PSI	1695	12,02	3,365
PT	627	11,82	3,738

Déroulement de l'épreuve

En entrant dans la salle d'interrogation, le candidat remet à l'examinateur sa convocation, une pièce d'identité et la feuille d'émargement des examinateurs. Il est souhaitable que ces documents soient prêts à l'avance, tout temps passé à rechercher l'un d'entre eux au fond d'un sac va raccourcir le temps de l'interrogation.
Après ces formalités, soit le candidat tire un sujet au sort, soit reçoit un sujet de l'examinateur. Tous les sujets comprennent deux exercices, et les candidats peuvent commencer par l'exercice de leur choix. Il y a donc une décision à prendre, pour cela l'examinateur laissera quelques minutes de réflexion avant de commencer l'oral proprement dit.
Il est souhaitable que le candidat se décide assez rapidement et informe clairement l'examinateur par quel exercice il commence. On peut penser qu'il est préférable de commencer par la partie qu'on maitrise le mieux, mais il faut être conscient que les deux exercices seront abordés pendant l'épreuve, pas forcément pendant la même durée.
L'épreuve orale ne doit pas être un écrit debout et a pour but de tester, bien évidemment les connaissances en mathématiques et la capacité à les mettre en œuvre, mais aussi, voire surtout, la capacité de dialogue, d'écoute et de compréhension des remarques et indications de l'examinateur.

Le candidat doit veiller à adopter une attitude qui favorise l'interaction, il est fortement déconseillé par exemple de rester face au tableau, le dos tourné à l'examinateur. Il est aussi souhaitable d'éviter les attitudes négatives, par exemple en répétant "Je ne sais pas". Il faut bien sûr éviter les propositions de solutions toutes faites, données au hasard, sans savoir justifier leur mise en œuvre. Mais rester silencieux où avouer son incompétence en espérant obtenir des indications de la part de l'examinateur est un comportement sanctionné au niveau de la note.

On attend donc que le candidat se montre sous son meilleur jour. Pour cela, il devra :

- Bien cerner et comprendre les exercices proposés
- Envisager une ou plusieurs méthodes puis choisir la plus appropriée avant de se lancer dans la résolution du problème étudié.
- Expliquer sa démarche à l'examinateur.
- Être capable de modifier sa stratégie si celle envisagée initialement s'avère inadaptée
- Justifier les affirmations avancées et donner des énoncés corrects et précis des théorèmes de cours utilisés.

Notation

La notation se fait sur un ensemble de critères et non sur la seule connaissance du cours, même si cela reste un point important. Il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour avoir une bonne note. Il faut surtout être réactif, savoir prendre des initiatives, mais aussi changer de stratégie si cela est conseillé, le pire défaut est de s'obstiner dans une voie qui conduit à une impasse en restant sourd aux remarques et indications. Un autre travers est de rester trop longtemps silencieux, on attend des candidats un certain dynamisme. Il faut également faire attention à l'organisation du tableau, il est quand même regrettable qu'après deux, voire trois, années de préparation, on voit encore des calculs éparpillés aux quatre coins du tableau. Certains candidats ont été surpris que l'examinateur leur demande de refaire une démonstration, parce qu'ils pensaient qu'elle était correcte, il n'en était bien évidemment rien.

Remarques générales d'ordre mathématiques

Cette année encore, on a constaté que le cours de première année est souvent très mal connu, par exemple celui sur les nombres complexes et la trigonométrie. Les équivalents et les développements limités sont mal maitrisés. De même, des recherches de domination ou d'encadrement posent des difficultés à de nombreux candidats. Des examinateurs ont relevé cette année des lacunes sur plusieurs points du cours d'algèbre linéaire de première année, même des questions très simples restent parfois sans réponse. De nombreux candidats ne savent pas leur cours ou l'énoncent de façon imprécise ou incomplète. D'une façon générale, on regrette un manque de rigueur dans la résolution des exercices.

Le cours de probabilités, surtout celui de deuxième année, avec une mention particulière pour formule des probabilités totales et les systèmes complets d'événements, a parfois fait l'objet d'une impasse pure et simple. De nombreux candidats éprouvent beaucoup de difficultés pour écrire un événement sous la forme d'intersection et/ou de réunion d'événements élémentaires. Enfin, lorsqu'un exercice de probabilité est proposé lors de l'oral, on a remarqué que la plupart des candidats le choisissent en second.

L'algèbre linéaire reste un domaine difficile. Pour certains cela se résume à des recettes de cuisine appliquées sans le moindre recul : par exemple, utiliser systématiquement le polynôme caractéristique pour déterminer les valeurs propres d'une matrice qui est visiblement de rang 1. Les calculs de déterminants, plus précisément de polynômes caractéristiques, ont souvent été menés de façon maladroite, avec des erreurs de calculs. Des opérations sur les lignes ou colonnes permettaient d'avoir rapidement le résultat. Peu de candidats ont pensé à effectuer de petits calculs sur les colonnes pour obtenir directement des valeurs propres et vecteurs propres associées d'une matrice, ce qui était possible dans certains exercices ou à relier le fait que, pour un scalaire λ, la matrice $A-\lambda I_n$ n'est pas inversible si et seulement si λ est valeur propre de la matrice *A*. Même quand elle est guidée, la notion de changement de bases pose de gros problèmes.

En algèbre bilinéaire, on note une amélioration dans la recherche de la projection orthogonale et de la distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel, mais de nombreux candidats utilisent la formule $p_F(x)=\sum_{i=1}^{r}\langle x|e_i\rangle e_i$ sans se soucier de savoir si la famille $(e_1,\dots,e_r)$ est une base orthonormée de F.

Les théorèmes importants sur les intégrales dépendantes d'un paramètre sont en général bien connus, cependant, même si on note une amélioration dans leur application, des difficultés techniques restent souvent insurmontables au niveau de la vérification des hypothèses, en particulier dans la recherche d'une hypothèse de domination convenable.

La convergence d’une intégrale qui résulte d’un prolongement par continuité de la fonction intégrée peut donner lieu à des complications étonnantes, on retrouve là une lacune du cours de première année, à laquelle on peut ajouter des difficultés dans l’utilisation des équivalents et des développements limités.
On observe aussi souvent une confusion entre le passage à la limite dans les inégalités et le théorème d’encadrement, aussi bien pour les fonctions que pour les suites : dans le premier cas l’existence de la limite est dans les hypothèses et le résultat est la valeur de la limite, dans le second cas l’existence de la limite est dans la conclusion, avec, en plus, sa valeur.
Les séries entières sont plutôt mieux traitées même si on rencontre toujours de très nombreux étudiants qui sont incapables de trouver un rayon de convergence d'une série entière lorsque la règle de d'Alembert ne s'applique pas.
Les performances en logique sont souvent décevantes, on pourrait donner une longue liste des réponses farfelues données pour la négation d’une implication.
Les notions élémentaires en calcul différentiel sont souvent mal connues, en particulier, les notions de limites, de continuité des fonctions de plusieurs variables sont très mal traitées, il en de même pour la règle de la chaîne.
La géométrie a quasiment disparu des programmes de MP, PC et PSI et pour les candidats de ces séries elle a complètement disparu, au point que certains sont incapables de déterminer une équation de droite. En revanche, en filière PT les performances sont en général correctes, notamment en ce qui concerne l’étude des coniques, même si quelques candidats semblaient avoir fait une impasse sur les surfaces.

En filière MP, les performances sur les exercices d'arithmétiques sont souvent très moyennes. Par contre, les étudiants savent, en général aborder un exercice portant sur les normes triples, déterminer la continuité de l'application linéaire et obtenir sa norme triple. Il en est de même de l'adjoint dont la définition et les principales propriétés sont connues. Le fait de travailler sur la demi-droite achevée $\sim^{+} \cup \{+\infty\}$ pour justifier la sommabilité d'une famille de réels positifs puis pour sommer par paquets a aidé les candidats.
La matrice Hessienne et son utilisation sont connues et appréciée et, en général, correctement maîtrisées.
Un point du programme qui est passé sous les radars est le théorème d'intégration termes à termes dans le cas des fonctions positives qui donne une caractérisation entre l’intégrabilité de la fonction considérée et la série des intégrales de la suite de fonctions associée.
Concernant la filière MPI, les examinateurs ont trouvé assez bon le niveau moyen des candidats (donc peu d’éléments très faibles). Les remarques qui précèdent dans les autres filières restent bien sûr valables en MPI, ajoutons que :
- la détermination de la matrice d’un endomorphisme remarquable dans une base du plan ou d’un espace à trois dimensions n’est pas une chose facile pour beaucoup,
- la résolution d’un système linéaire utilisant les notions de rang, inconnues principales et secondaires est souvent évitée au profit d’un bricolage équationnel peu convaincant… l’idée d’observer la matrice du système intervient peu et les solutions, pensées comme évidentes par l’énoncé, ne le sont jamais.

Conseils aux candidats pour la session 2025

On peut conseiller aux candidats :

- D'avoir des idées très claires sur les grands théorèmes du programme sachant qu'ils devront les utiliser sans préparation. On attend qu'ils en connaissent parfaitement les hypothèses et qu'ils les vérifient : appliquer un théorème de mathématiques ne se réduit pas à citer le nom du théorème (ou d'un mathématicien) mais à vérifier des hypothèses et à en déduire des conclusions.
- De s'habituer (par exemple en colle) à un oral qui soit un dialogue et pas un monologue, il est regrettable que dans certains cas extrêmes l'examinateur doive rappeler sa présence.
- D'être honnête, en évitant par exemple de détourner des indications en laissant croire que c'est ce qu'ils avaient dit, en évitant aussi d'essayer de convaincre l'examinateur que ce qu'ils ont fait est "presque juste" ou d'affirmer péremptoirement des résultats qu'ils ne savent pas démontrer.
- D'éviter les erreurs de langage ou langage trop familier, par exemple, ne pas confondre la fonction et la valeur prise par cette fonction, de commencer presque toutes ses phrases par « du coup », ainsi que d'abuser des abréviations (IPP, TVI, TSSA, etc.).
- De bien lire les énoncés des exercices, surtout si l'examinateur le lui conseille, parce qu'il n'a pas remarqué une information importante.

EXEMPLES DE SUJETS DE MATHÉMATIQUES

SUJET 1

EXERCICE 1

$A = (a_{ij})_{1\leq i,j\leq n}$ avec $a_{ij} = 1$ si i est différent de j et $a_{ii} = 0$, pour tout couple d'entiers (i, j) compris entre 1 et n. Montrer que A est inversible et déterminer A^{-1}.

EXERCICE 2

a) Montrer que la fonction f, définie sur $\mathbb{R}^{*+}$ par $f(x) = \int_{0}^{+\infty} e^{-xt} ln(t)dt$ est de classe C^1 sur $[a,+\infty[$ pour tout nombre réel strictement positif a.
En déduire que la fonction f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}^{*+}$.

b) Déterminer une équation différentielle vérifiée par la fonction f

SUJET 2

EXERCICE 1

Deux joueurs lancent indépendamment une pièce de monnaie, les lancers étant indépendants.
Le joueur 1 a une probabilité $p_1 \in]0,1[$ d'obtenir pile et le joueur 2 a une probabilité $p_2 \in]0,1[$ d'obtenir pile. Le jeu s'arrête lorsqu'un des deux joueurs obtient un pile.

On note X_1 la variable aléatoire donnant le nombre de lancers nécessaires au joueur 1 pour obtenir pile et X_2 la variable aléatoire donnant le nombre de lancers nécessaires au joueur 2 pour obtenir pile.

On note U la variable aléatoire donnant le nombre de lancers pour que le jeu s'arrête.

a) Rappeler la loi de X_1 et son espérance.

b) Calculer $P(X_1 > n)$ pour tout pour tout $n \in \bullet$.

c) Déterminer alors $P(U > n)$ pour tout pour tout $n \in \bullet$.

Trouver la loi U de et son espérance.

EXERCICE 2

On munit $\sim_3[X]$ du produit scalaire défini par $\langle P|Q\rangle = \int_{-1}^{1} P(x)Q(x)dx$.

On note A le projeté orthogonal de X^3 sur $\sim_2[X]$.

a) Calculer A, montrer que $X^3 - A$ est scindé à racines simples dans $]-1,1[$.

b) Pouvait-on montrer, sans calculer A, que $X^3 - A$ est scindé à racines simples dans $]-1,1[$?

c) Calculer $\Delta = \min\limits_{(a,b,c)\in\sim^3} \int_{-1}^{1} \left(x^3 - ax^2 - bx - c\right)^2 dx$.

SUJET 3

EXERCICE 1

Déterminer le rayon de convergence et calculer la somme de la série entière :

$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2n+1}$

EXERCICE 2

A est une matrice carrée, d'ordre n, inversible.

Déterminer le polynôme caractéristique de A^{-1} en fonction de celui de A.

SUJET 4

EXERCICE 1

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on définit la fonction f_n de $[0, 1]$ dans $\mathbb{R}$ par :

$f_n(x) = x^n - nx + 1$

a) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0, 1]$
On désigne cette unique solution par x_n

b) Etudier le sens de variation de la suite $(x_n)_n \geq 2$

c) En déduire que la suite $(x_n)_n \geq 2$ est convergente et déterminer sa limite.

d) Déterminer un équivalent de la suite $(x_n)_n \geq 2$

e) Déterminer un développement asymptotique à 2 termes de la suite $(x_n)_n \geq 2$

EXERCICE 2

Déterminer les matrices réelles A, carrées d'ordre n, telles que $A^tAA = I_n$

SUJET 5

EXERCICE 1

On désigne par $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de variables aléatoires définies de $\mathbb{N}$ dans $\{0, 1\}$

$X_0 = 1$

$P(X_{n+1} = 1 | X_{n+1} = 1) = 0,2$

$P(X_{n+1} = 0 | X_n = 1) = 0,4$

On pose $x_n = P(X_n = 1)$

a) Déterminer x_1 et x_2

b) Déterminer une relation de récurrence entre x_{n+1} et x_n

c) Déterminer x_n en fonction de n

EXERCICE 2

On désigne par A une matrice carrée d'ordre n à coefficients réels.

On suppose que la matrice A vérifie ${}^tA = -A$

a) Déterminer les valeurs propres réelles possibles de la matrice A

b) En déduire que les matrices $A + I_n$ et $A - I_n$ sont inversibles.

c) Montrer que la matrice $(A + I_n)(A - I_n)^{-1}$ est orthogonale.