



# PSI

## CONCOURS COMMUN INP 2024 RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES

### 1/ REMARQUES GÉNÉRALES

#### Organisation de l'épreuve

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure :

- Une demi-heure pour présenter les documents administratifs et préparer le sujet qui ne comporte maintenant qu'un seul exercice ;
- Une demi-heure de présentation au tableau de l'exercice préparé et d'un autre dont l'énoncé est donné au bout de 20 minutes environ.

Le sujet proposé au candidat est composé d'un seul exercice portant sur le programme des deux années de classe préparatoire. Une fois entré dans la salle, le candidat prépare l'exercice pendant une demi-heure pendant qu'un autre candidat expose au tableau. Il présente ensuite son exercice puis l'examineur l'interroge au bout de 20 minutes sur un exercice plus court pour illustrer une autre partie du programme.

#### ❖ Matériel

Le papier de brouillon est fourni mais il faut prévoir de quoi écrire. Les smartphones ou autres objets connectés (par exemple les montres connectées) sont interdits. Les calculatrices sont interdites. Il est fortement conseillé de prévoir de quoi lire l'heure. L'examineur ne prête pas de montre, pas de stylo et il n'y a pas forcément d'horloge dans la salle.

Des bouchons d'oreilles peuvent être utiles pour ne pas être distrait par l'autre candidat en passage mais les casques sont interdits. L'examineur dispose d'un ou plusieurs écrans qui lui permettent de suivre l'oral et prendre des notes.

#### ❖ Gestion du temps de préparation

Les examinateurs conseillent aux candidats qui attendent de passer leur oral de se tenir prêts avec stylos, pièce d'identité et feuille de passage prête à signer. En effet, certains perdent du temps à chercher leurs documents ou stylos dans leur sac alors que le temps de préparation a déjà commencé.

## ❖ Gestion du temps de présentation

Le candidat peut admettre un résultat intermédiaire, sauter les questions qu'il souhaite.

Répéter ou réécrire l'énoncé peut paraître une étape rassurante pour le candidat, mais attention de ne pas y passer trop de temps. En revanche, si le candidat prend le temps d'exposer au préalable les différentes étapes de son raisonnement avant de rentrer dans les détails, la qualité de la présentation s'en retrouve améliorée.

Au bout de 20 minutes écoulées, même si l'autre exercice n'est pas terminé, l'examineur donne le deuxième exercice. Ce second exercice peut inclure une question de cours et offre une nouvelle occasion d'évaluer la bonne acquisition et maîtrise des notions au programme. Il est donc important pour les candidats de connaître avec précision les notions du cours et les principales démonstrations, et de ne pas se cantonner à retenir certaines "recettes" permettant de traiter des exercices classiques. Les candidats doivent être conscients qu'ils sont évalués sur l'ensemble des deux exercices et que toutes les parties du programme sont importantes, en particulier le programme de première année, les fonctions de plusieurs variables, les isométries en petite dimension, les espaces normés, les équations différentielles, les suites, les nombres complexes, la trigonométrie.

Les candidats ont intérêt à gagner en efficacité dans la présentation de ce qu'ils ont préparé pour bénéficier d'un temps de réflexion supplémentaire sur les questions qu'ils n'ont pas entièrement traitées, en s'appuyant sur les indications éventuelles de l'examineur.

## ❖ Attitude générale

Les examinateurs ont noté le sérieux de la plupart des candidats qui arrivent préparés pour cette épreuve. Dans la grande majorité, les candidats sont très polis et respectueux. Ils demandent l'autorisation d'effacer le tableau avant de le faire. Un bon dynamisme et une bonne communication sont toujours appréciés et peuvent permettre de valoriser la note finale.

L'autonomie du candidat est également évaluée. Le rôle de l'examineur est de poser des questions avec bienveillance, conscient du stress que peut générer ce type d'épreuve, mais pas de mener l'oral à la place du candidat. En particulier, les candidats ne doivent pas rechercher l'approbation régulière de l'examineur durant la présentation. Rappelons que les examinateurs ont le souci de rester bienveillants. Le candidat n'est pas censé réclamer des indications, en revanche l'examineur est libre de faire des remarques utiles à la bonne poursuite de l'oral.

## ❖ Travail de l'oral

Hormis la transition imposée du premier au second exercice au bout de 20 minutes, la maîtrise du temps appartient au candidat. Laisser de côté une question (y compris une demande de clarification de l'examineur) pour avancer sur une suivante est donc légitime. Il est regrettable que certains candidats sortent frustrés, faute d'une bonne gestion du temps, de ne pas avoir pu exposer la totalité de ce qu'ils ont préparé.

Une bonne présentation passe par un équilibre subtil entre l'usage du tableau et l'oral. C'est au candidat de mesurer ce qui mérite d'être écrit et ce qui peut être réservé à l'oral pour gagner du temps, sans pour autant faire de compromis sur la rigueur du propos.

Les examinateurs ne sauraient trop rappeler qu'une affirmation n'est pas une démonstration. De plus, il est attendu qu'un candidat puisse énoncer proprement une définition ou un résultat du programme. À ce titre, un bon usage des quantificateurs est indispensable, même à l'oral.

D'une manière générale, la capacité à présenter une démarche, un raisonnement, voire des difficultés rencontrées de manière claire et convaincante est une compétence importante attendue des candidats et essentielle dans leur futur métier. Elle prend donc une part significative dans l'évaluation de l'épreuve orale.

Il est important que les candidats tirent parti des interrogations orales auxquelles ils sont soumis pendant leurs années de classes préparatoires pour se préparer spécifiquement à l'épreuve orale. Des candidats mutiques, s'exprimant à un niveau sonore trop faible, tournant le dos à l'examineur l'essentiel du temps et rendant ainsi leur message difficilement intelligible se mettent dans des conditions défavorables pour leur évaluation, quand bien même le contenu mathématique est satisfaisant.

## 2/ REMARQUES MATHÉMATIQUES

### En analyse

La majoration d'une fraction rationnelle est un problème simple mais récurrent : majorer le numérateur, minorer le dénominateur.

Les fonctions trigonométriques réciproques ( $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$ ) interviennent régulièrement dans les exercices et ne sont pas toujours bien connues : ensemble de définition, conditions de dérivabilité et expression des dérivées.

La manipulation d'équivalents, très utile pour les convergences d'intégrales ou de séries, ne vient pas toujours à l'esprit des candidats et trahit trop souvent la mauvaise compréhension de la notion. Il ne suffit pas que deux suites ou fonctions aient le même comportement vis-à-vis de la convergence de l'intégrale ou la série étudiée pour être équivalentes.

Les comparaisons séries intégrales, et en particulier les conditions sous lesquelles on peut les mettre en œuvre, sont rarement bien maîtrisées.

Les raisonnements sur les suites et séries de fonctions sont sources de confusion pour beaucoup de candidats. La notion délicate de convergence uniforme est souvent retenue par la convergence vers 0 d'une norme infinie. Peu pensent à l'argument direct d'une suite ou série de fonctions continues dont la limite ne l'est pas.

Sur les fonctions développables en série entière, les techniques sont souvent connues (notamment la règle de d'Alembert), en revanche la nécessité de prouver qu'un rayon est non nul pour garantir qu'une fonction est développable en série entière n'est pas toujours comprise.

Les équations différentielles restent un sujet qui pose des difficultés à beaucoup de candidats. En particulier, la structure de l'ensemble des solutions est souvent mal connue, et la technique du changement de variable, toujours guidée, n'est pas toujours bien menée : certains candidats n'introduisent pas de bonnes notations et ne voient pas qu'il y a lieu de dériver des fonctions composées.

Les fonctions à plusieurs variables inspirent peu les candidats alors que les questions posées à ce sujet sont généralement proches des choses basiques à connaître.

## En probabilité

La maîtrise globale de ce sujet progresse avec les années. Il reste encore quelques définitions qui semblent faire l'objet d'impasse pendant les années de classes préparatoires, comme celle de la fonction de répartition. Les conditions pour qu'une famille de réels puisse définir une loi de probabilité sont plus ou moins bien connues et beaucoup de candidats ne voient pas que lorsqu'une somme (finie ou infinie) de nombres positifs est égale à 1, prouver que chaque nombre est lui-même inférieur ou égal à 1 est superflu. On voit souvent des confusions entre l'évènement «  $A \text{ inter } B$  » et l'évènement «  $A \text{ sachant } B$  ». Les propriétés de l'espérance sont le plus souvent bien connues, c'est moins le cas pour la variance : variance de  $aX + B$ , condition pour que la variance soit additive.

## En algèbre

La compréhension de la nature des objets est au cœur des enjeux du programme. Une application linéaire sur un espace vectoriel de matrices ou de polynômes peut rapidement déstabiliser la majorité des candidats.

La formule du rang est en général bien connue, mais la compréhension fine de la notion de rang pose parfois des difficultés.

Les calculs par blocs pour les matrices sont rarement bien menés, parfois évités en passant par des calculs coefficient par coefficient bien fastidieux.

La compréhension de la notion d'espaces supplémentaires (voire supplémentaires orthogonaux) est souvent fragile. Un nombre significatif de candidats s'arrête à la somme directe.

Le calcul de déterminant est trop souvent maladroit : traité principalement avec la règle de Sarrus (matrice de taille 3) ou par développement par rapport à une ligne sans trop de réflexion. La mise en œuvre pratique de la réduction (diagonalisation, trigonalisation) de matrices est en général satisfaisante et les conditions pour les matrices sont la plupart du temps connues : valeurs propres et dimension des espaces propres associés, polynôme annulateur scindé à racines simples.

L'adaptation à des endomorphismes est souvent moins convaincante, avec des conditions qui sont rarement énoncées spontanément : existence d'une base de vecteurs propres, ou écriture de l'espace comme somme (directe) des espaces propres.

Les calculs sur les polynômes, en particulier leur factorisation (en utilisant à bon escient la division euclidienne) sont souvent maladroits.

Le procédé de Gram Schmidt est souvent méconnu bien que classique et au programme. En revanche, les questions relevant d'une distance à un sous-espace ou d'une projection orthogonale posent problème à une majorité de candidats. La notion de projeté orthogonal et de distance à un sous-espace vectoriel sont méconnues.

Peu de candidats utilisent une approche géométrique comme support à leur intuition, alors que cela est souvent éclairant, en particulier en dimension 2 ou 3. Le conseil parfois donné d'illustrer la situation par une figure est trop souvent source de confusion alors qu'il a pour but d'aider.